وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه ای
دانشکده دختران زهرائی میبد

درس مدارهای الکتریکی

جلسه دوم : تحلیل مدار

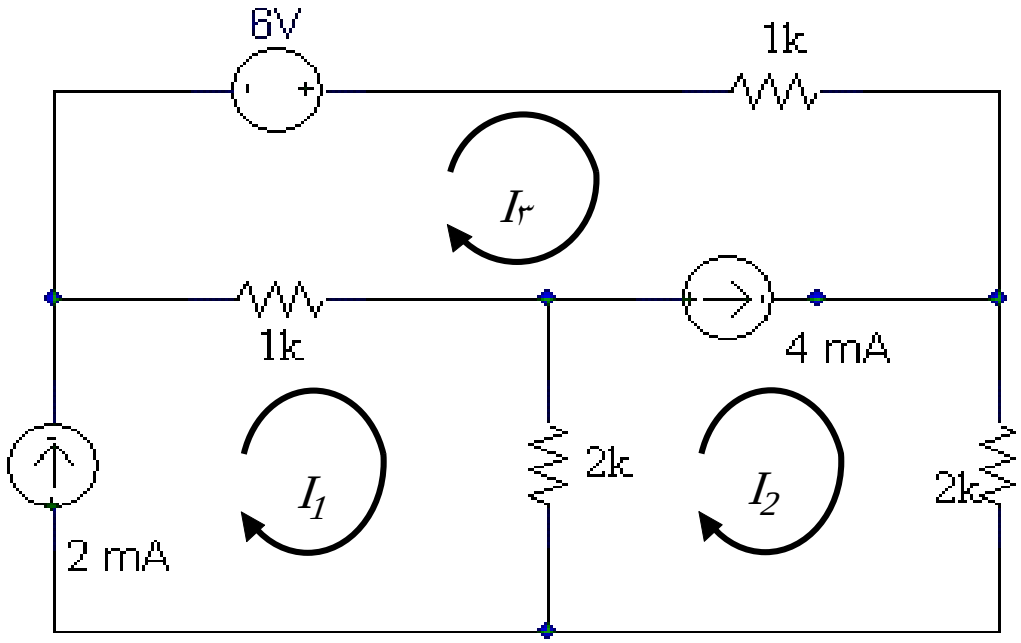
کاردانی پیوسته کامپیوتر،سخت افزار

مدرس : مریم کارگربیده

سوپر حلقه چست؟

- اگر منبع جریان مستقل یا وابسته در شاخه ی مشترک بین دو حلقه ی مجاور قرار گیرد بعلت نامشخص بودن ولتاژ دو سر منبع جریان، نمی توانیم رابطه ی KVL را برای هیچ کدام از دو حلقه بنوسیم .برای رفع این مشکل، رابطهٔ KVL برای حلقه‌ای نوشته می‌شود که شامل همهٔ عناصر دو حلقه بدون منبع جریان مشترک بین آندو می‌باشد. **به این حلقه که از حذف منبع جریان مشترک بین دو حلقه حاصل می‌شود، سوپرحلقه می گویند.**

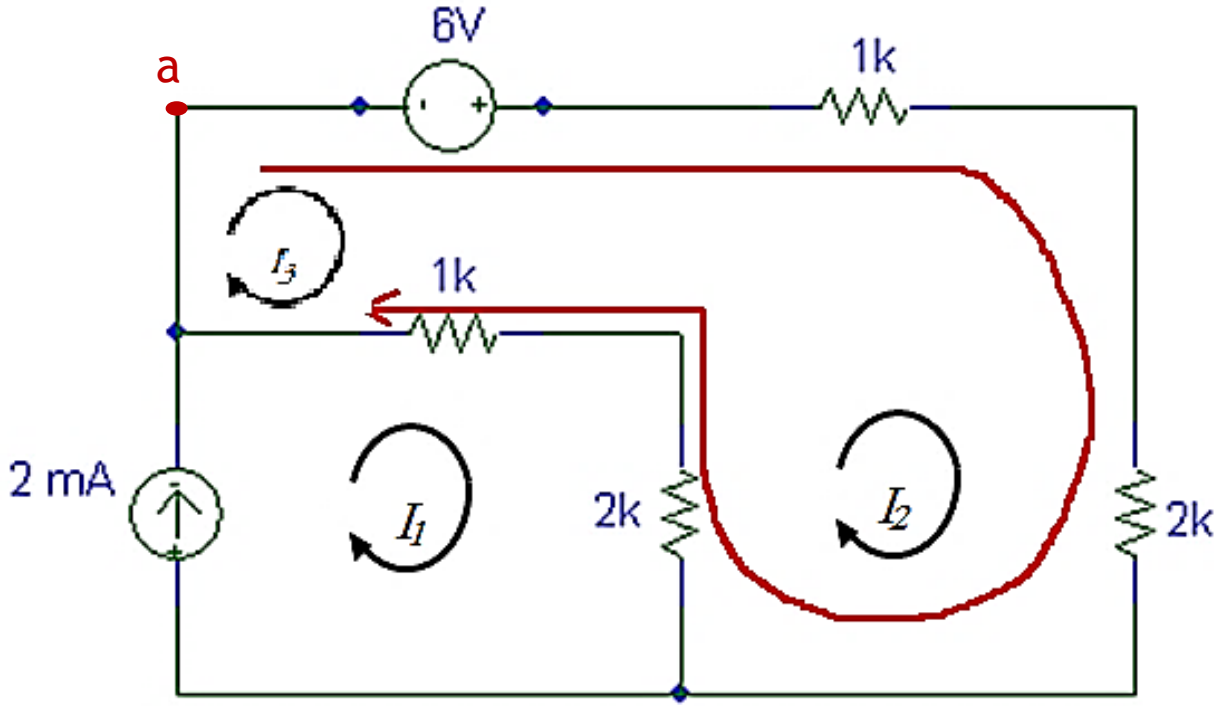
مثال



- برای حل مسأله با استفاده از KVL ابتدا باید جریان حلقه ها را مشخص کرد.

$$I_1 = 2^{mA}$$

اما منبع جریان 4^{mA} بین حلقه های دوم و سوم مشترک است. بنابراین برای نوشتن رابطهٔ KVL باید سوپرحلقه‌ای درنظر بگیریم که در آن منبع جریان حذف شده باشد.

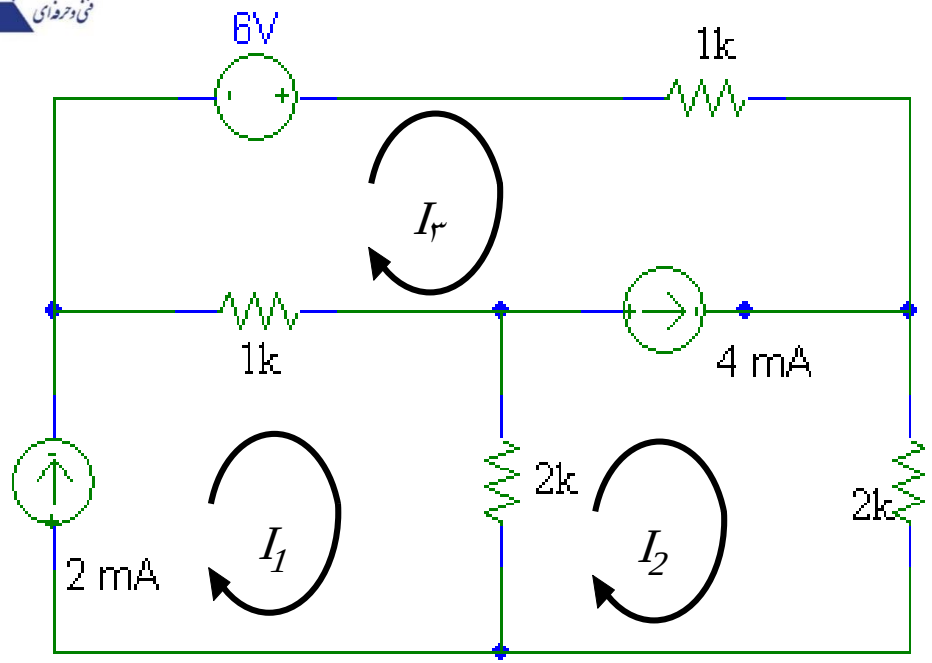


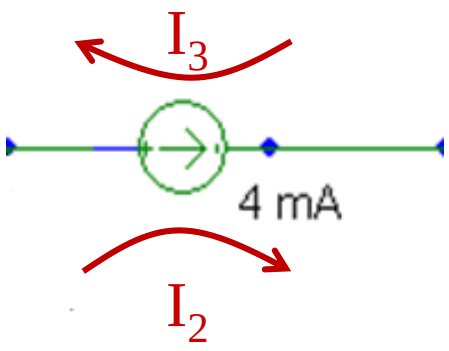
KVL: $-6 + 1\times I_3+2\times I_2+2\,(I_2-I_1)+1\,(I_3-I_1) = 0$

$I_1=2^{mA}$

$-6 + I_3+2I_2+2\,(I_2-2)+I_3-2 = 0$ → $4I_2+2\,I_3 = 12$

- منبع جریان 4^{mA} حاصل تفاضل جریان حلقه‌های دوم و سوم است.





$$I_2-I_3=4^{mA}$$

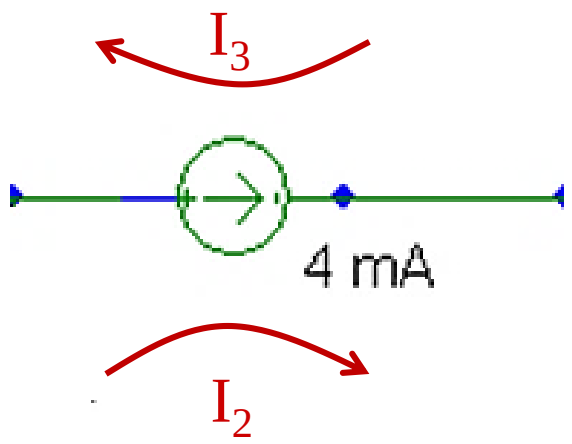
- حالا دو معادله ی لازم برای بدست آوردن دو جریان باقی مانده را داریم و می توانیم دستگاه را حل کنیم

$$\begin{cases} 4I_2+2\,I_3 = 12 \\ I_2-I_3=4^{mA} \end{cases}$$

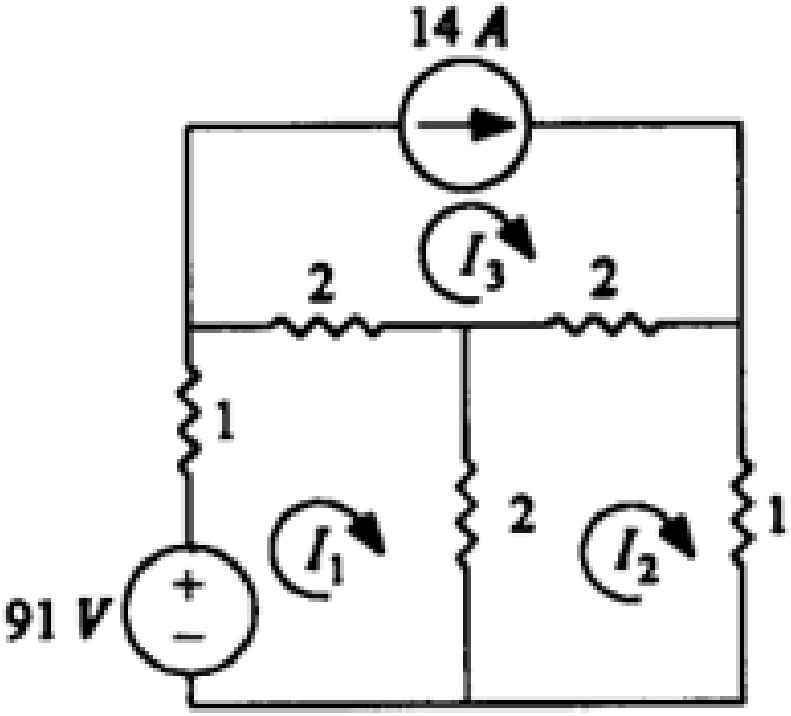
$$\begin{cases} 4I_2+2\,I_3 = 12 \\ (I_2-I_3=4)\times 2 \end{cases} \Rightarrow + \begin{cases} 4I_2+2\,I_3 = 12 \\ 2I_2-2I_3=8 \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

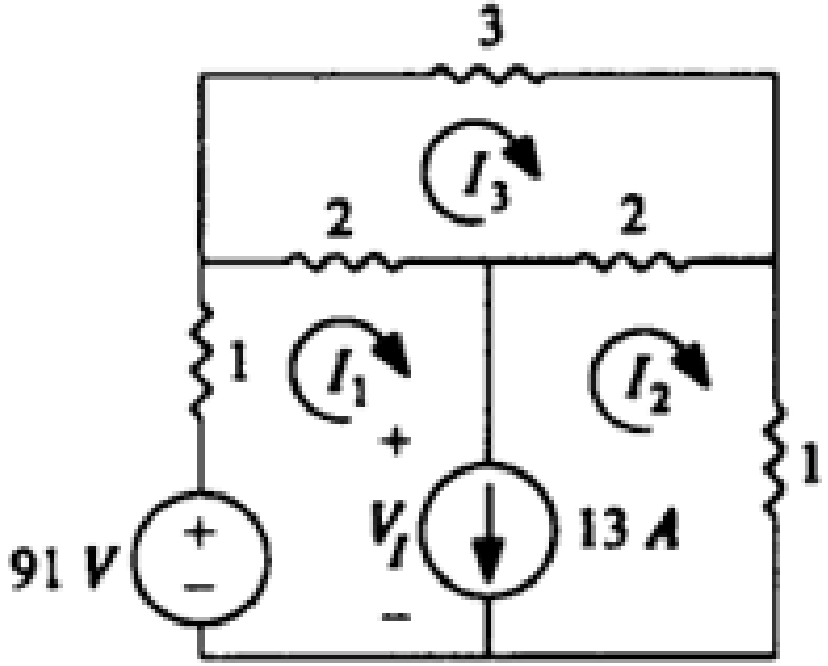
$$6I_2=20$$

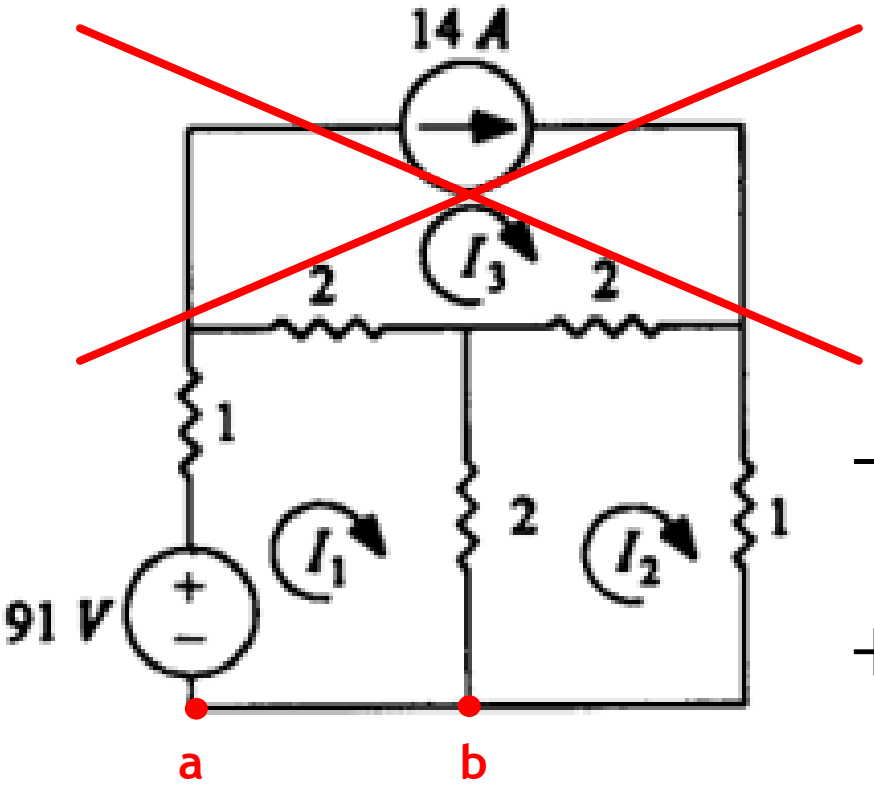
$$\begin{cases} I_2 = \frac{10}{3} \\ I_2-I_3=4 \end{cases} \Rightarrow \frac{10}{3} - I_3 = 4 \Rightarrow I_3 = \frac{10}{3} - 4 = -\frac{2}{3}$$



$$I_2 - I_3 = \frac{10}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$


14 A
I_3
2
2
1
I_1
2
I_2
1
91 V
+
−


3
I_3
2
2
1
I_1
I_2
+
V_1
−
1
91 V
+
−
13 A



$I_3 = 14^{mA}$

$$-91 + I_1 + 2(I_1 - 14) + 2(I_1 - I_2) = 0$$

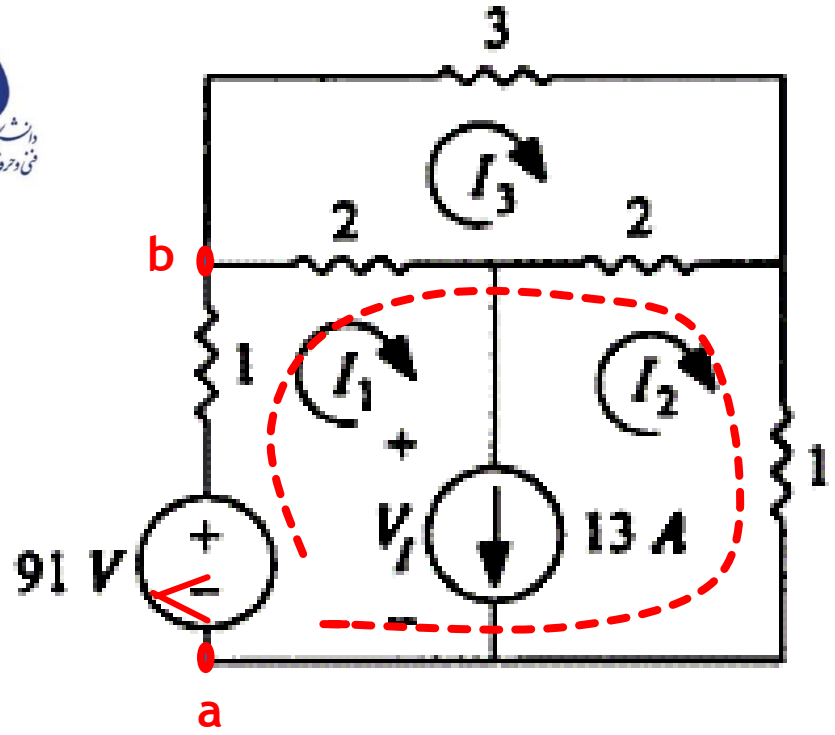
$$+2(I_2 - I_1) + 2(I_2 - 14) + I_2 = 0$$

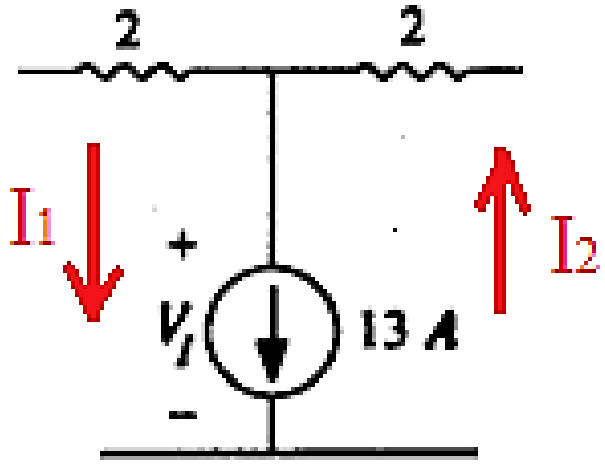
$$\begin{cases} (5I_1 - 2I_2 = 91 + 28 = 119)\times 5 \\ (-2I_1 + 5I_2 = 28)\times 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25I_1 - 10I_2 = 595 \\ -4I_1 + 10I_2 = 56 \end{cases}$$

$$21I_1 = 651$$

$$\mathbf{I_1 = 31^A \quad I_2 = 18^A}$$

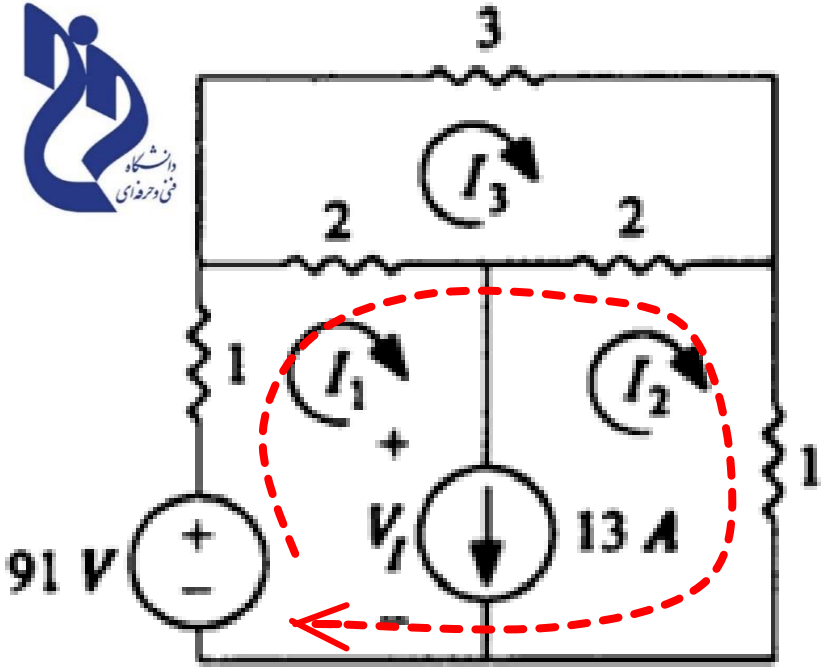




$$I_1 - I_2 = 13$$

$$-91 + I_1 + 2(I_1 - I_3) + 2(I_2 - I_3) + I_2 = 0$$

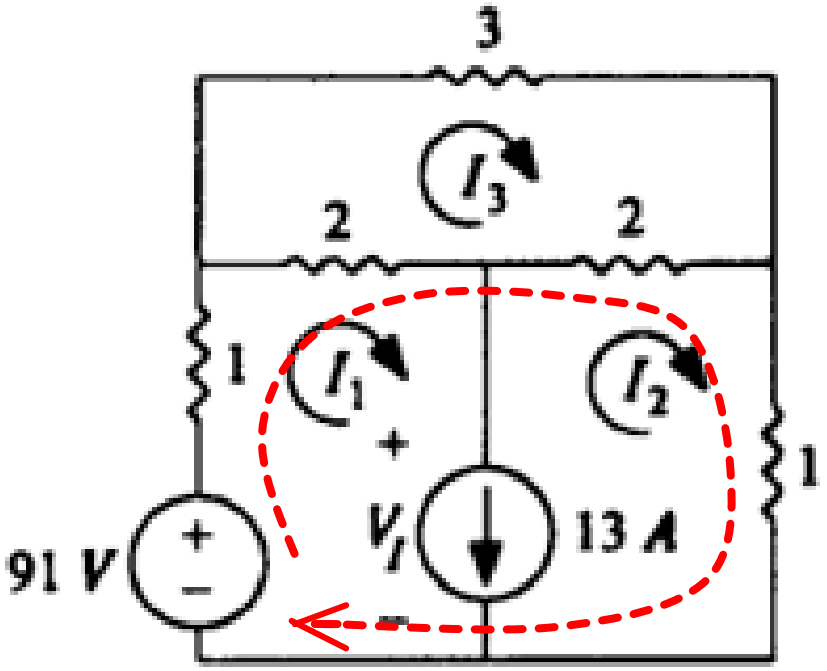
$$3I_3 + 2(I_3 - I_2) + 2(I_3 - I_1) = 0$$



$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 13 \\ (3I_1 + 3I_2 - 4I_3 = 91) \times 7 \\ (7I_3 - 2I_2 - 2I_1 = 0) \times 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 13 \\ 21I_1 + 21I_2 - 28I_3 = 637 \\ -8I_1 - 8I_2 + 28I_3 = 0 \end{cases}$$

$$13I_1 + 13I_2 = 637$$



$$\begin{cases} (I_1 - I_2 = 13) \times 13 \\ 13I_1 + 13I_2 = 637 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13I_1 - 13I_2 = 169 \\ 13I_1 + 13I_2 = 637 \end{cases}$$

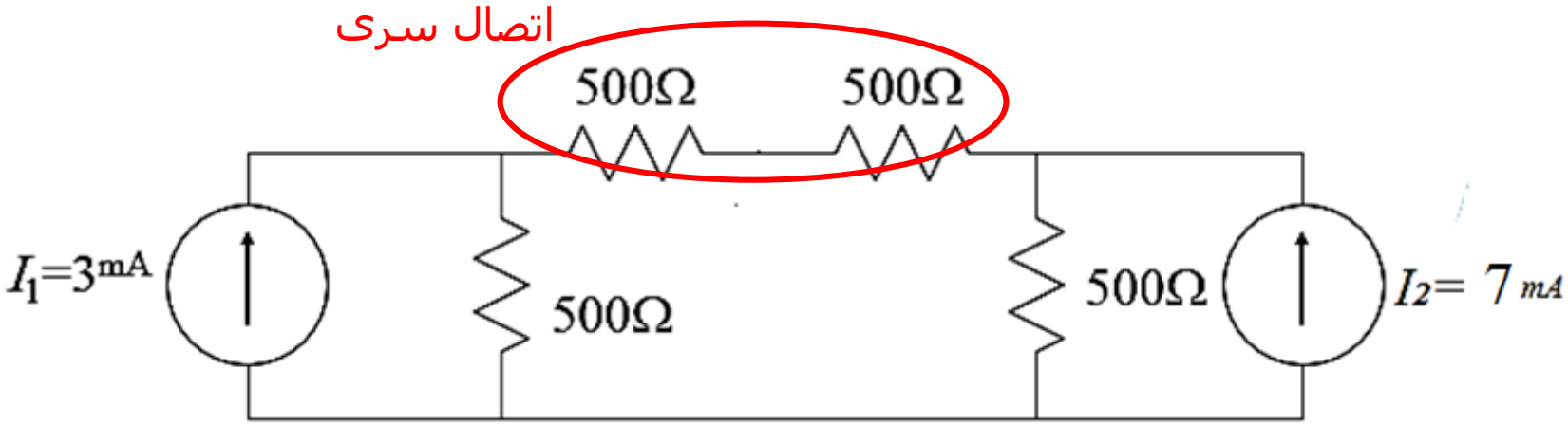
$$26I_1 = 806$$

$$\left.\begin{matrix} I_1 = 31 \\ I_1 - I_2 = 13 \end{matrix}\right\} \; 31 - I_2 = 13 \Rightarrow I_2 = 18$$

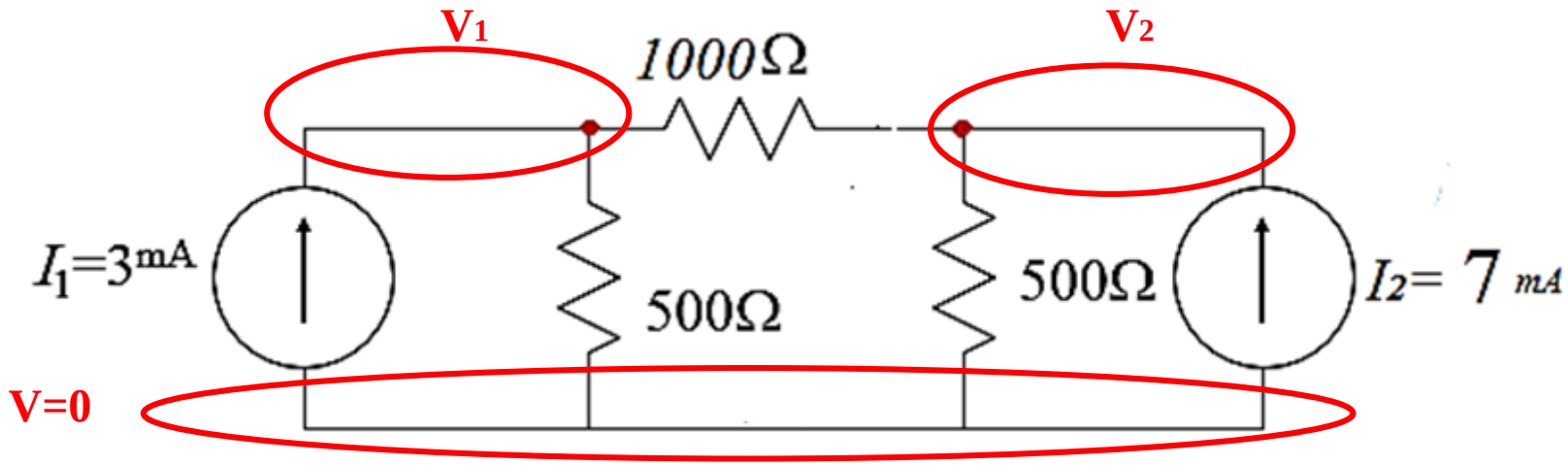
$$7I_3 - 2I_2 - 2I_1 = 0 \Rightarrow 7I_3 = 2I_2 + 2I_1 = 98 \Rightarrow I_3 = 14$$

روش ولتاژ-گره (KCL)

۱-در صورت امکان مدار را ساده می کنیم.



$$Req = 500 + 500 = 1000\Omega$$

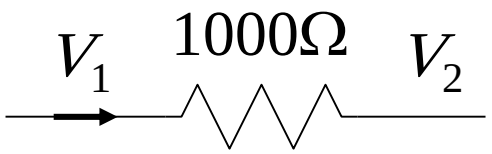


۲- گره های مدار را مشخص کرده و یکی از آنها را به عنوان گره مبنا در نظر می گیریم.

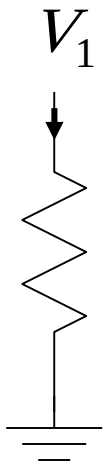
۳- ولتاژ گره مبنا را برابر صفر درنظرمی گیریم و به سایر گره ها ولتاژهای V1,V2,...,Vn نسبت می دهیم.

۴- نوشتن روابط KCL برای همه گره‌ها بجز گره مبنا

متغیرهای بکاررفته در معادلات ما ولتاژهای گره‌ها هستند.

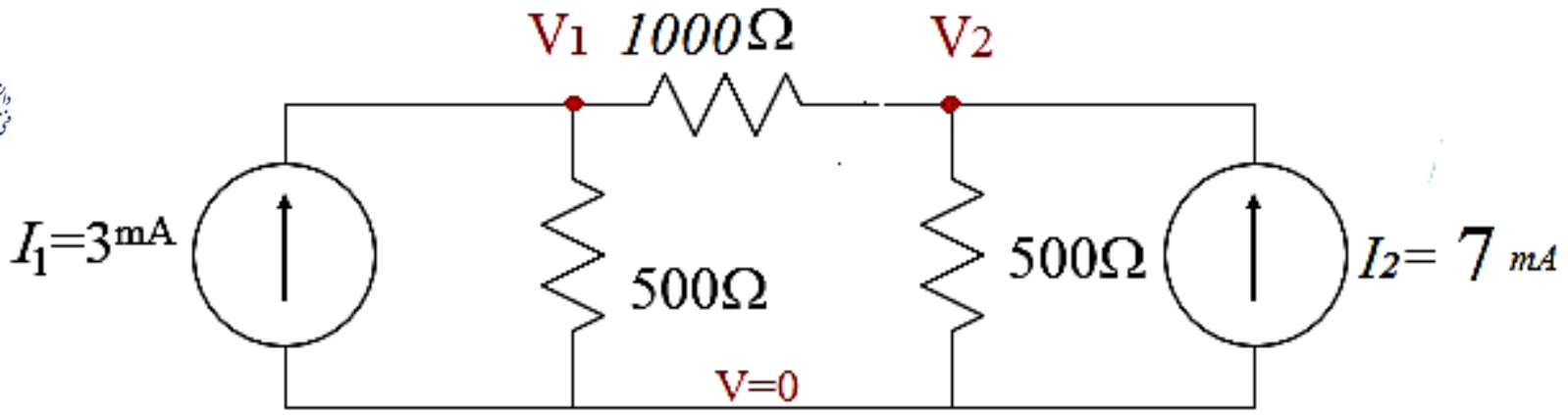


$$\mathbf{I = \frac{V_1 - V_2}{1000}}$$

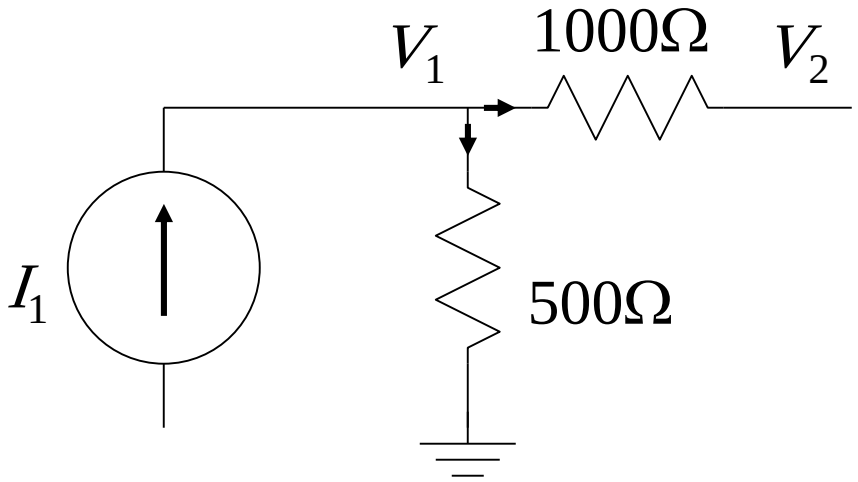


500Ω

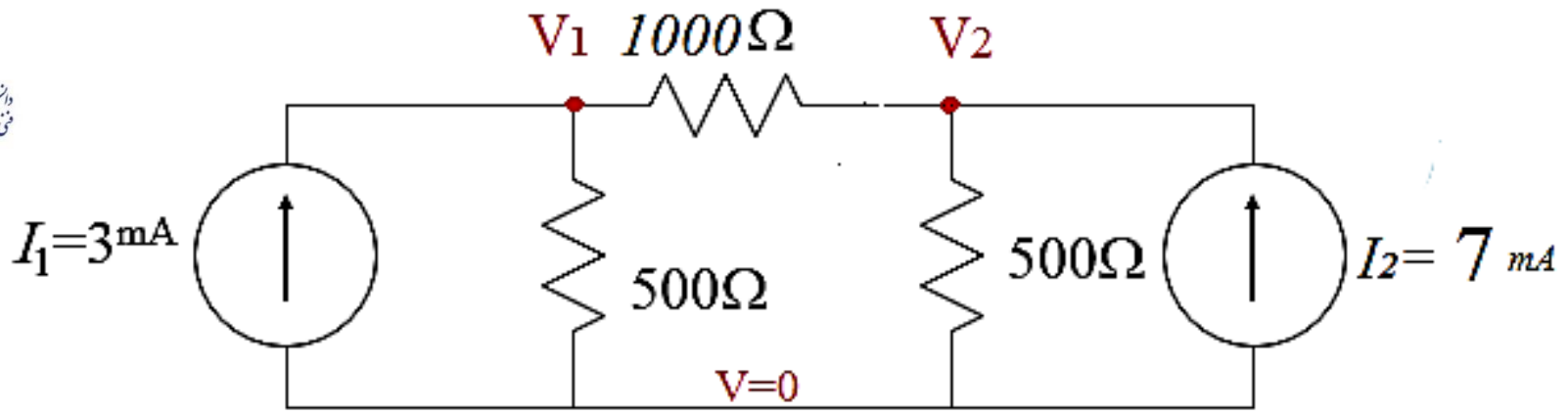
$$\mathbf{I = \frac{V_1 - 0}{500}}$$



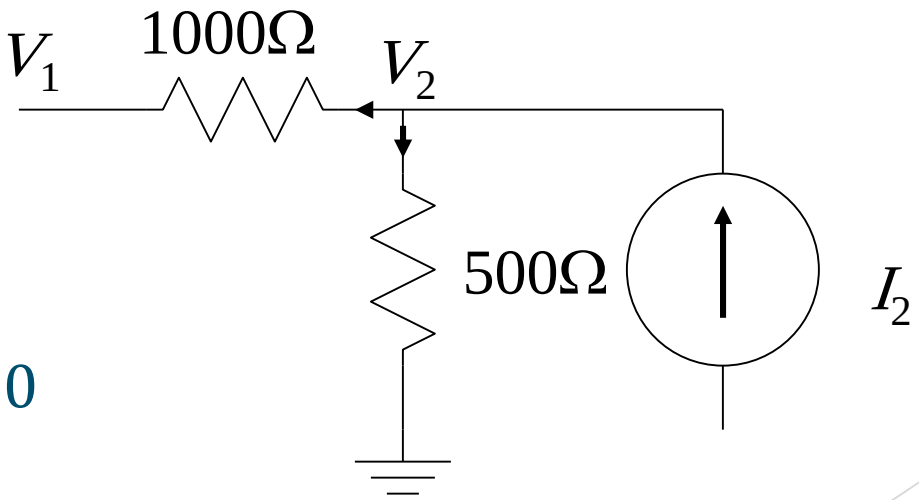
KCL1 :



$$3 - \frac{(V_1 - 0)}{500} - \frac{(V_1 - V_2)}{1000} = 0$$



KCL2 :



$$7 - \frac{(V_2 - 0)}{500} - \frac{(V_2 - V_1)}{1000} = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{3}{1000}-\dfrac{V_1}{500}-\dfrac{(V_1-V_2)}{1000}=0\\ \dfrac{7}{1000}-\dfrac{V_2}{500}-\dfrac{(V_2-V_1)}{1000}=0\end{array}\right\}\times 1000$$

- برای ساده شدن روابط ابتدا مخرج را با ضرب طرفین هردو رابطه در عدد ۱۰۰۰ حذف می کنیم.

$$\left\{\begin{array}{l}3-2V_1-(V_1-V_2)=0\\ 7-2V_2-(V_2-V_1)=0\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}-3V_1+V_2=-3\\ V_1-3V_2=-7\end{array}\right.$$

۴- معادلات به دست آمده را به روش دستگاه حل کرده و ولتاژ ها را بدست می آوریم.

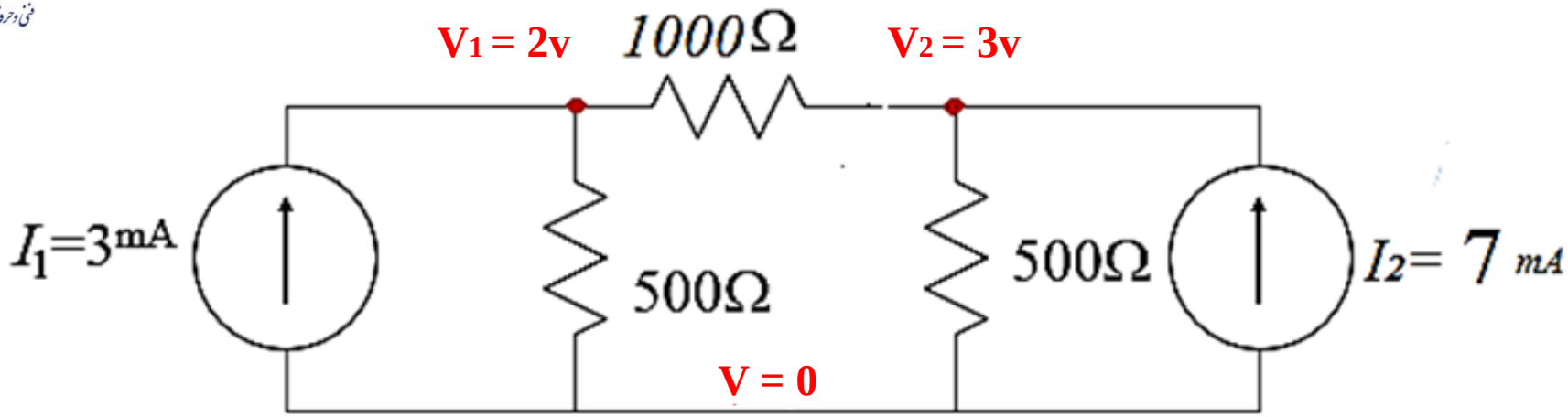
$$\begin{cases} (-3V_1 + V_2 = -3) \times 3 \\ V_1 - 3V_2 = -7 \end{cases} \Rightarrow + \begin{cases} -9V_1 + 3V_2 = -9 \\ V_1 - 3V_2 = -7 \end{cases}$$

$$-8V_1 = -16$$

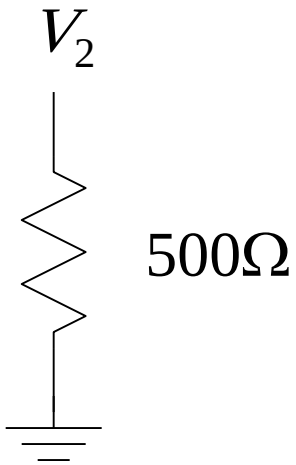
$$V_1 = \frac{16}{8} = 2 \text{ volt}$$

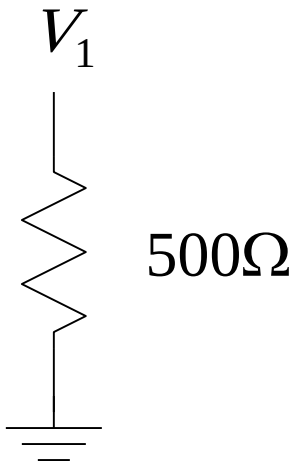
$$\begin{cases} -3V_1 + V_2 = -3 \\ V_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow -3 \times 2 + V_2 = -3$$

$$V_2 = 6 - 3 = 3\ volt$$



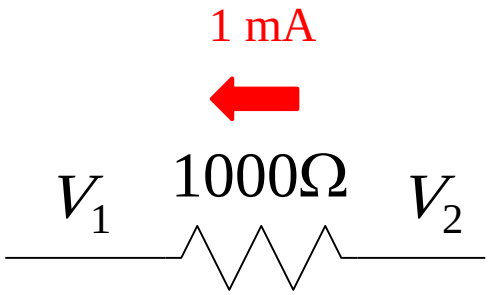
- برای یک مقاومت همیشه جهت جریان از ولتاژ بیشتر به سمت ولتاژ کمتر است و یا به عبارت دیگر جریان از سر مثبت(بیشتر) ولتاژ به مقاومت وارد و از سر منفی(کمتر)ولتاژ از مقاومت خارج می شود.





$$\mathbf{I = \frac{V_2 - 0}{500} = \frac{3}{500} = \frac{6}{1000} A \ \ or\ 6mA}$$

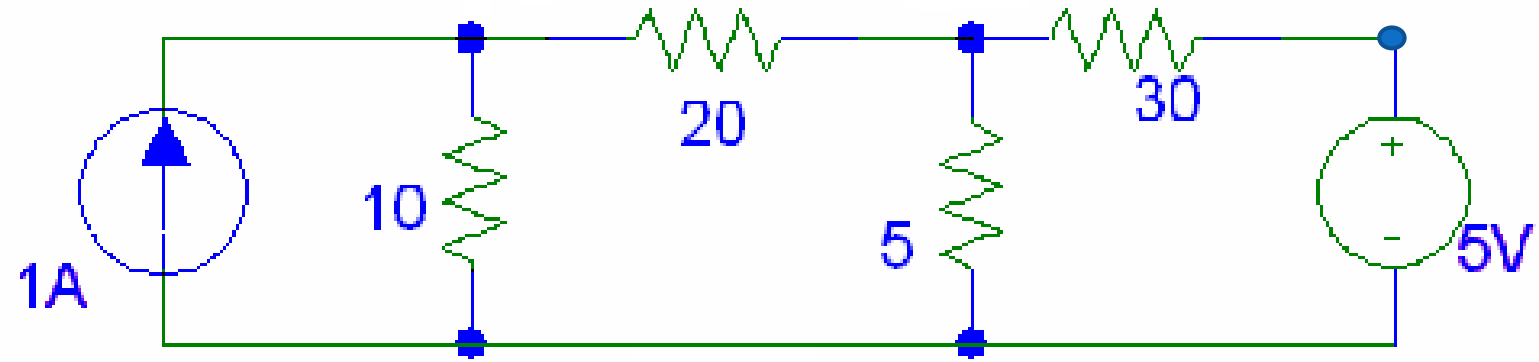
$$\mathbf{I = \frac{V_1 - 0}{500} = \frac{2}{500} = \frac{4}{1000} A \ \ or\ 4mA}$$

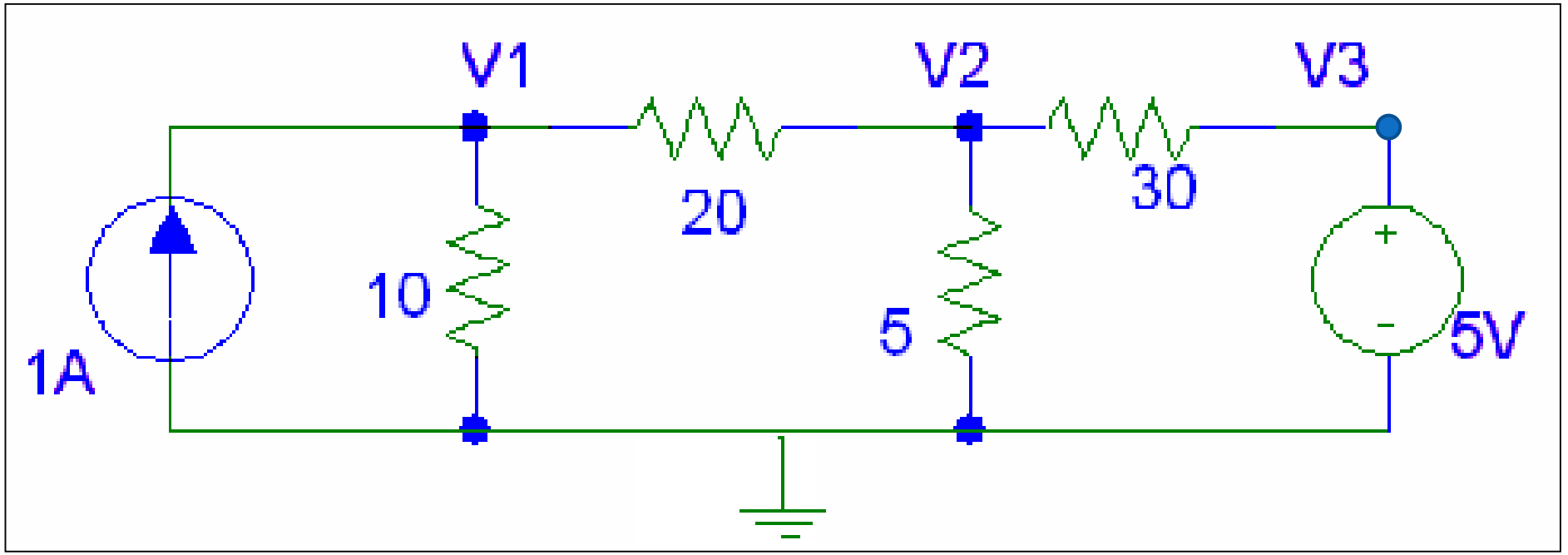


$$\mathbf{I = \frac{V_2 - V_1}{1000} = \frac{3 - 2}{1000} = \frac{1}{1000} A \ \ or\ 1mA}$$

مثال

- مدار زیر را با استفاده از روش ولتاژ-گره حل کنید.





$$V_3 = 5\ v$$

KCL1: $$1 - \frac{V_1}{10} - \frac{V_1 - V_2}{20} = 0$$

KCL2: $$-\frac{V_2 - V_1}{20} - \frac{V_2}{5} - \frac{V_2 - 5}{30} = 0$$

$$1-\frac{V_1}{10}-\frac{V_1-V_2}{20}=0$$

$$-\frac{V_2-V_1}{20}-\frac{V_2}{5}-\frac{V_2-5}{30}=0$$

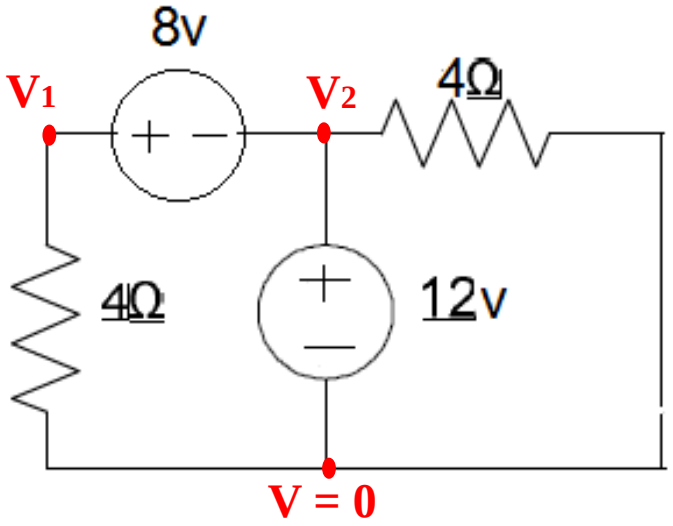
$$\begin{cases} 20-2V_1-V_1+V_2=0 \\ -3V_2+3V_1-12V_2-2V_2+10=0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -3V_1+V_2&=-20 \\ +3V_1-17V_2&=-10 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad -16V_2=-30 \quad \Rightarrow \quad V_2=\frac{30}{16}=1.875$$

$$\begin{aligned} -3V_1+V_2&=-20 \\ V_2&=1.875 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad -3V_1+1.875=-20$$

$$-3V_1=-1.875-20=-21.875$$

$$V_1=7.9$$



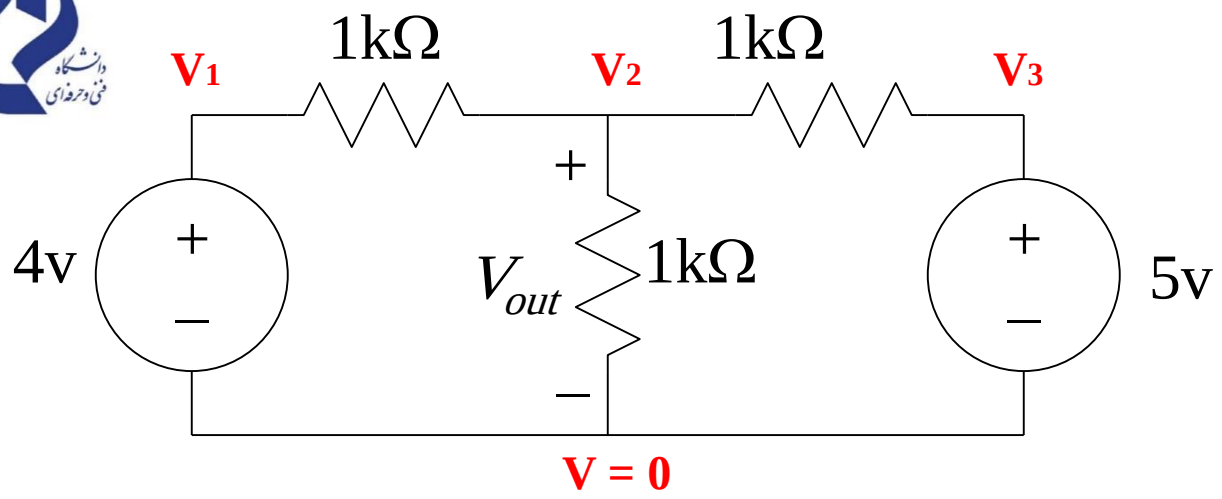
$$V_2 = 12volt$$

$$V_1 - V_2 = 8$$

$$V_1 = 12 + 8 = 20volt$$

$$\mathbf{I_{4\Omega} = \frac{V_1 - 0}{4} = \frac{20}{4} = 5\ A}$$

$$\mathbf{I_{4\Omega} = \frac{V_2 - 0}{4} = \frac{12}{4} = 3\ A}$$

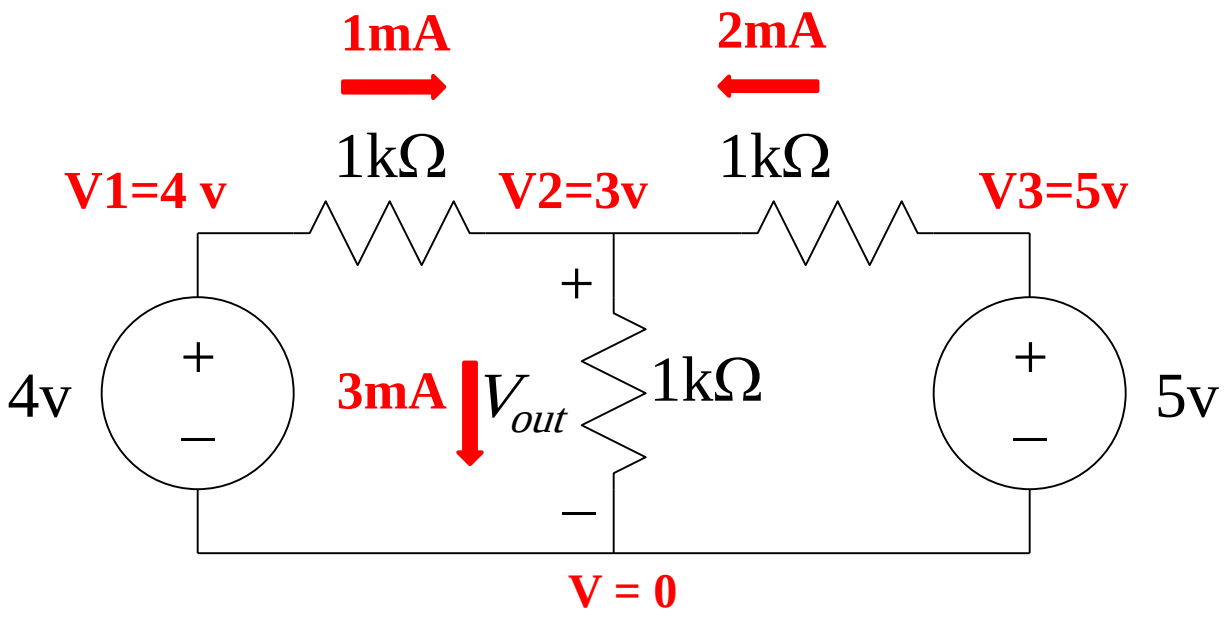


$$V_1 = 4volt$$

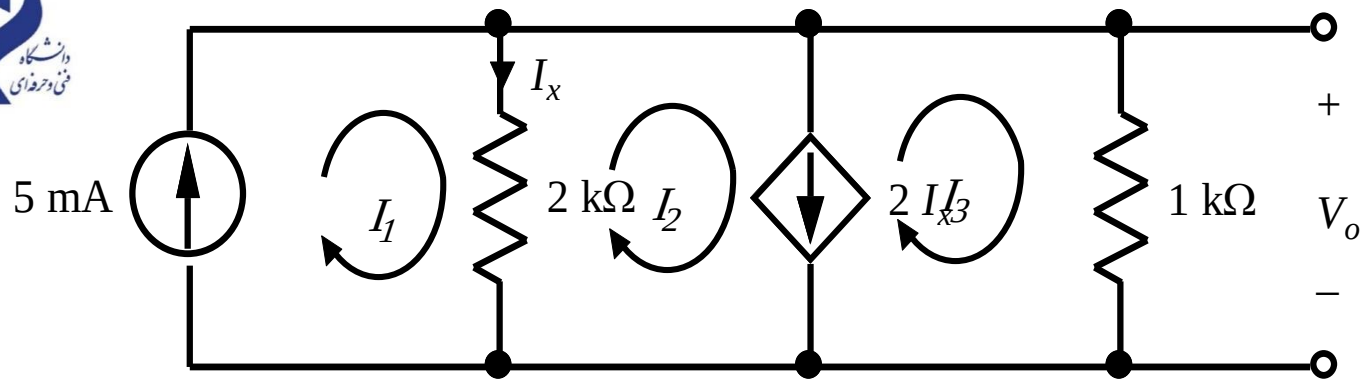
$$V_3 = 5volt$$

$$-\frac{(V_2-4)}{1}-\frac{(V_2-5)}{1}-\frac{(V_2-0)}{1}=0 \quad \Rightarrow \quad -3V_2+9=0$$

$$V_2 = 3$$


1mA
2mA
1kΩ
1kΩ
V1=4 v
V2=3v
V3=5v
+
4v
–
+
3mA
V_{out}
1kΩ
–
+
5v
–
V = 0

تمرین ۱ :

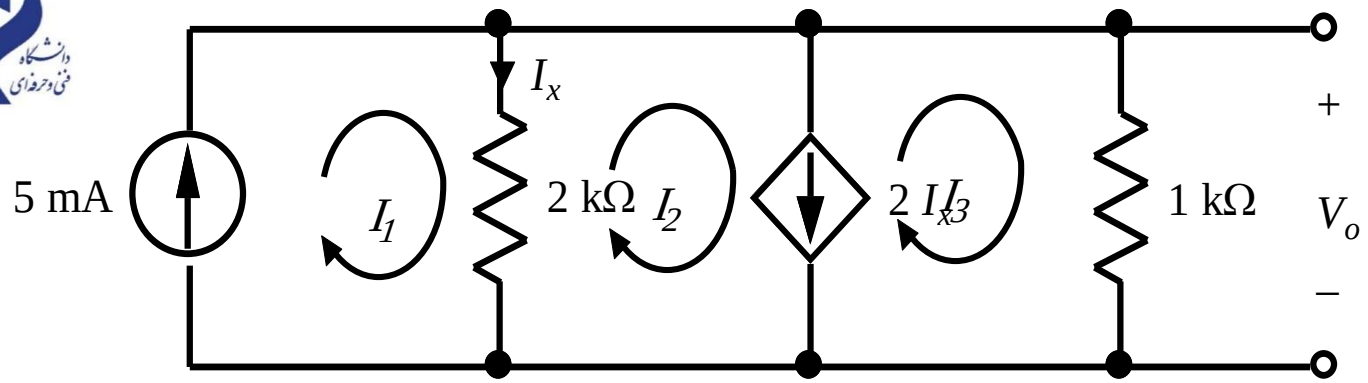


$$I_1 = 5mA$$

$$\left.\begin{aligned} I_2 - I_3 &= 2I_x \\ 5 - I_2 &= I_x \end{aligned}\right\} \Rightarrow I_2 - I_3 = 2(5 - I_2) \Rightarrow 3I_2 - I_3 = 10$$

$$2(I_2 - 5) + 1 \times I_3 = 0 \Rightarrow 2I_2 + I_3 = 10$$

تمرین ۱ :



$$\begin{cases} 3I_2 - I_3 = 10 \\ 2I_2 + I_3 = 10 \end{cases}$$

$$5I_2 = 20$$

$$I_2 = 4mA$$

$$I_2 = 4mA$$

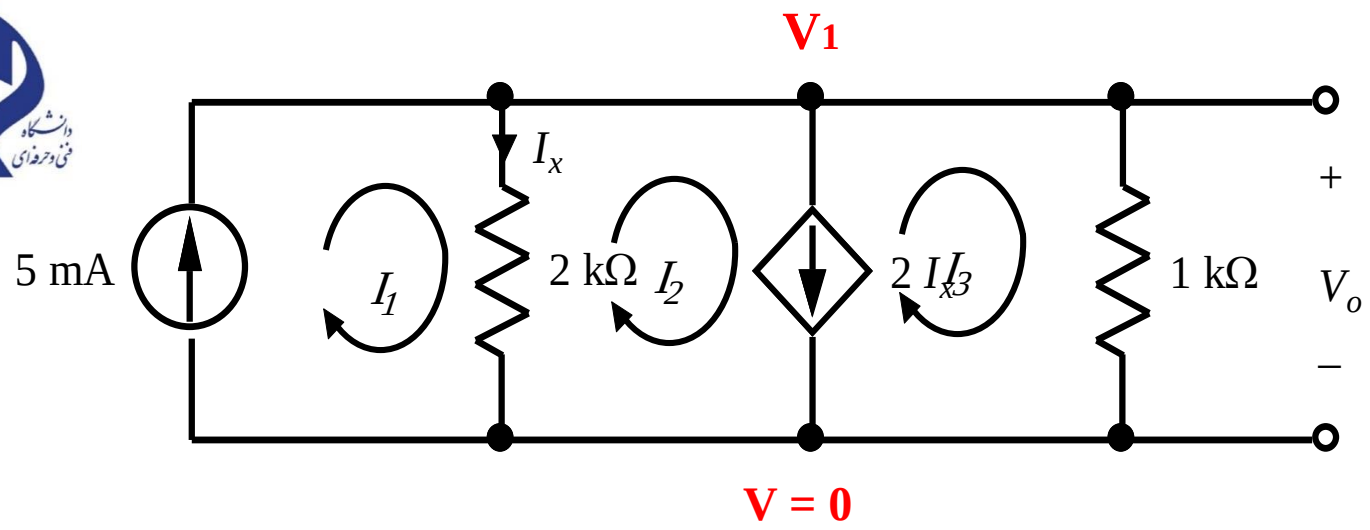
$$3I_2 - I_3 = 10$$

$$12 - I_3 = 10$$

$$I_3 = 2mA$$

$$5 - I_2 = I_x \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_x = 1mA}$$

تمرین ۱ :



$$5-\frac{(V_1-0)}{2}-2I_x-\frac{(V_1-0)}{1}=0$$

$$I_x=\frac{(V_1-0)}{2}$$

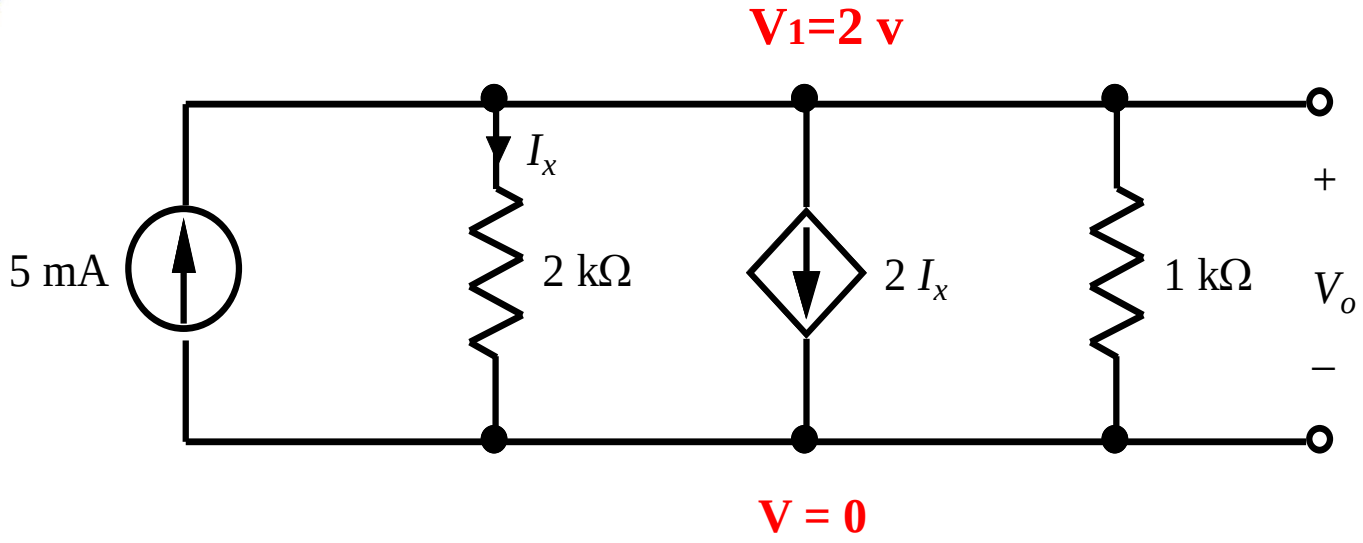
$$\left(5-\frac{(V_1-0)}{2}-2\times\frac{(V_1-0)}{2}-\frac{(V_1-0)}{1}=0\right)\times 2$$

$$10-V_1-2V_1-2V_1=0$$

$$5V_1=10$$

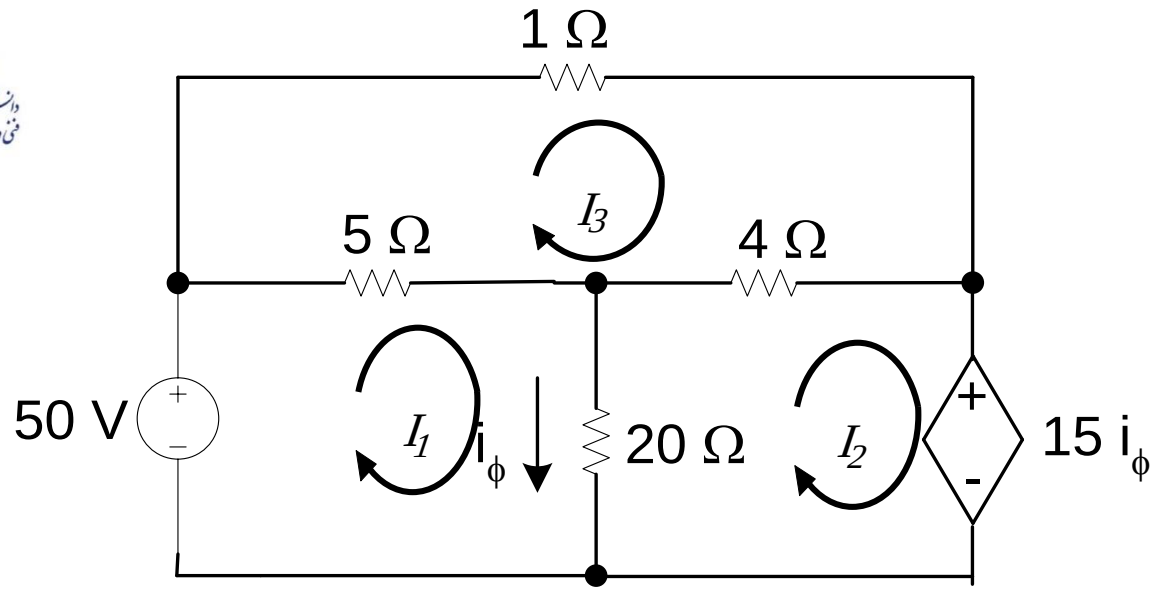
$$V_1=\frac{10}{5}=2volt$$

تمرین ۱ :



$$I_x = \frac{V_1}{2} = \frac{2}{2} = 1mA$$

تمرین۲ :

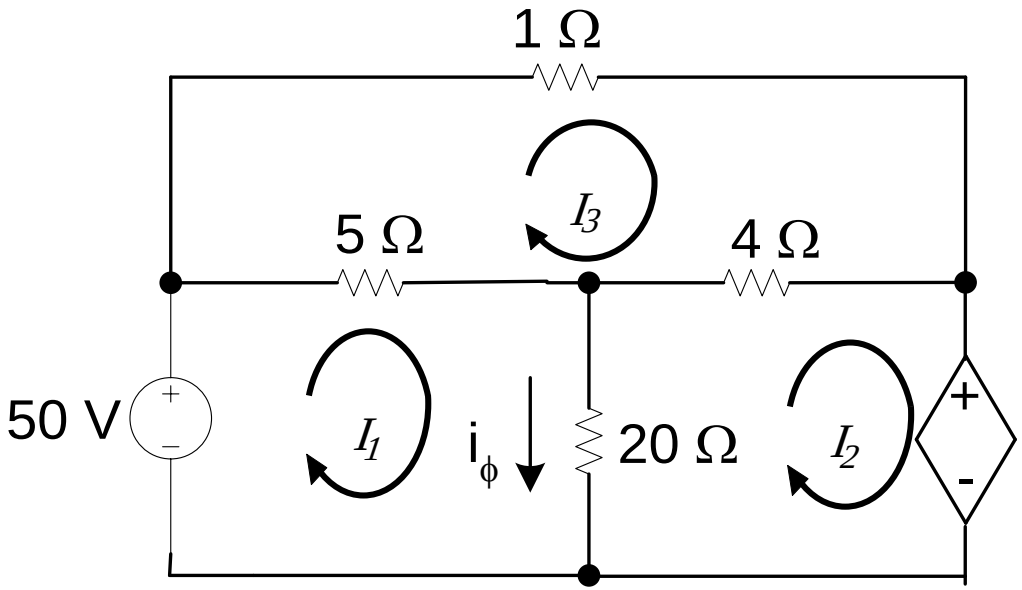


$$-50+5(I_1-I_3)+20(I_1-I_2)=0 \Rightarrow 25I_1-20I_2-5I_3=50$$

$$\left.\begin{aligned} 20(I_2-I_1)+4(I_2-I_3)+15i_\phi=0 \\ i_\phi=I_1-I_2 \end{aligned}\right\} \quad 20(I_2-I_1)+4(I_2-I_3)+15(I_1-I_2)=0$$

$$-5I_1+9I_2-4I_3=0$$

$$I_3+4(I_3-I_2)+5(I_3-I_1)=0 \Rightarrow -5I_1-4I_2+10I_3=0$$



تمرین۲ :

$$\begin{cases} -5I_1+9I_2-4I_3=0 \\ 25I_1-20I_2-5I_3=50 \\ -5I_1-4I_2+10I_3=0 \end{cases}$$

$$(25I_1-20I_2-5I_3=50)\div 5$$

$$5I_1-4I_2-I_3=10$$

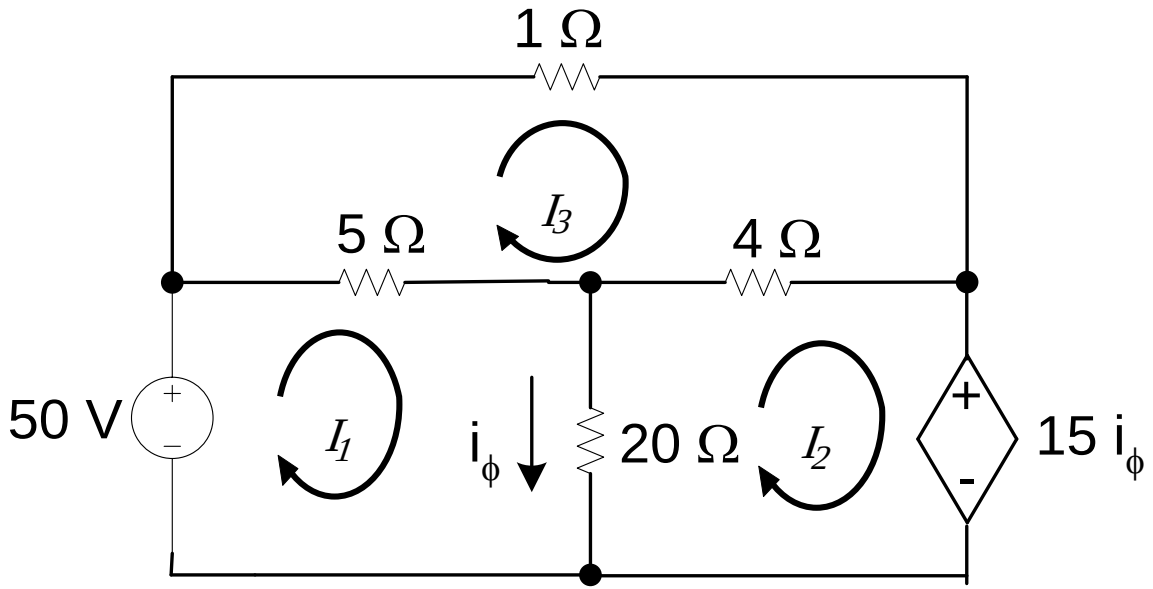
$$5I_1=4I_2+I_3+10$$

$$\begin{cases} -5I_1+9I_2-4I_3=0 \\ -5I_1-4I_2+10I_3=0 \end{cases}$$

$$-4I_2-I_3-10+9I_2-4I_3=0$$

$$-4I_2-I_3-10-4I_2+10I_3=0$$

تمرین۲ :

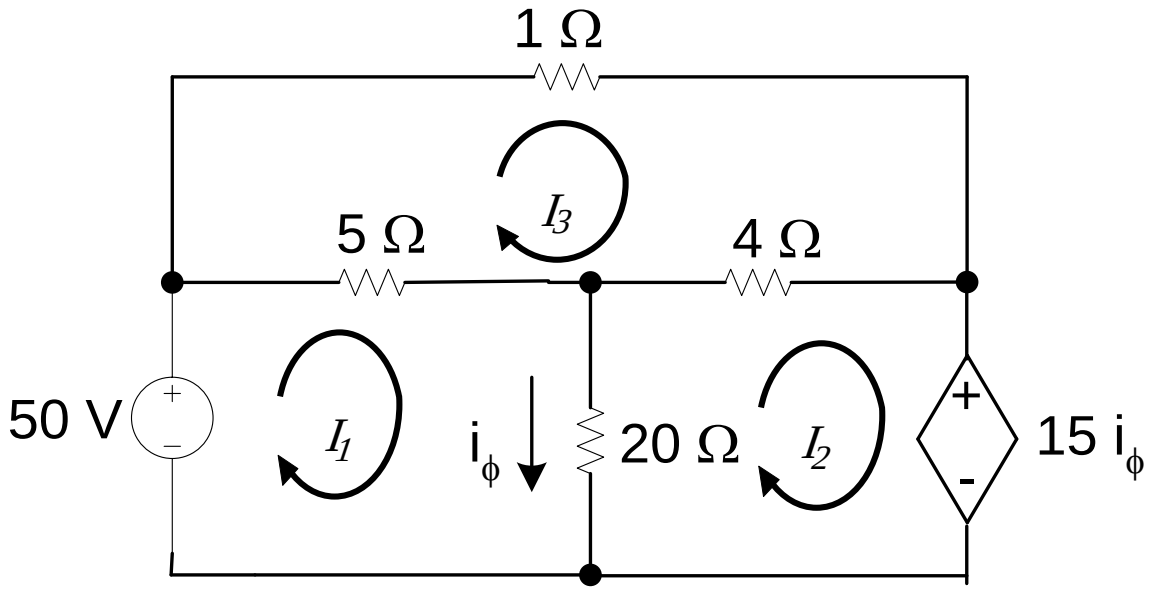


$$\begin{cases} -4I_2 - I_3 - 10 + 9I_2 - 4I_3 = 0 \\ -4I_2 - I_3 - 10 - 4I_2 + 10I_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5I_2 - 5I_3 = 10 \\ -8I_2 + 9I_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 - I_3 = 2 \\ -8I_2 + 9I_3 = 10 \end{cases}$$

تمرین۲ :



$$\begin{cases} (I_2 - I_3 = 2)\times 8 \\ -8I_2 + 9I_3 = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 8I_2 - 8I_3 = 16 \\ -8I_2 + 9I_3 = 10 \end{cases}$$

$$I_3 = 26A$$

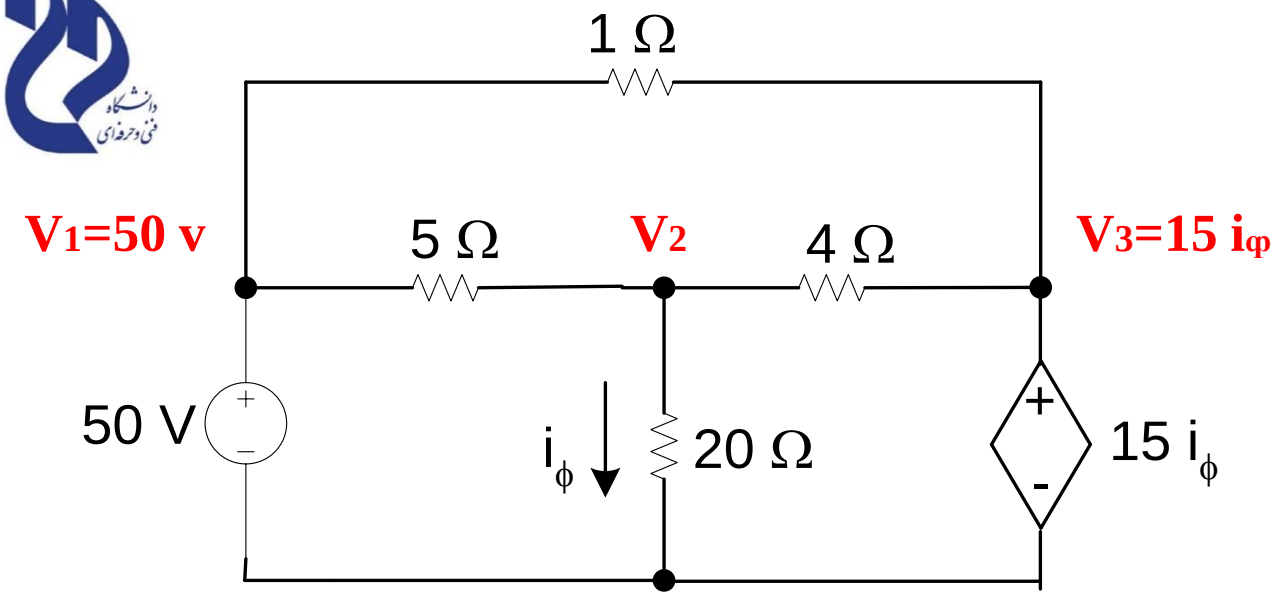
$$I_2 - I_3 = 2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 28A$$

$$i_\phi = I_1 - I_2$$

$$i_\phi = 1.6A$$

$$5I_1 = 4I_2 + I_3 + 10 = 4\times 28 + 26 + 10 = 148 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 29.6A$$

تمرین۲ :



$$i_\phi = \frac{(V_2 - 0)}{20} = \frac{V_2}{20}$$

$$-\frac{(V_2 - 50)}{5} - \frac{(V_2 - 0)}{20} - \frac{(V_2 - 15i_\phi)}{4} = 0$$

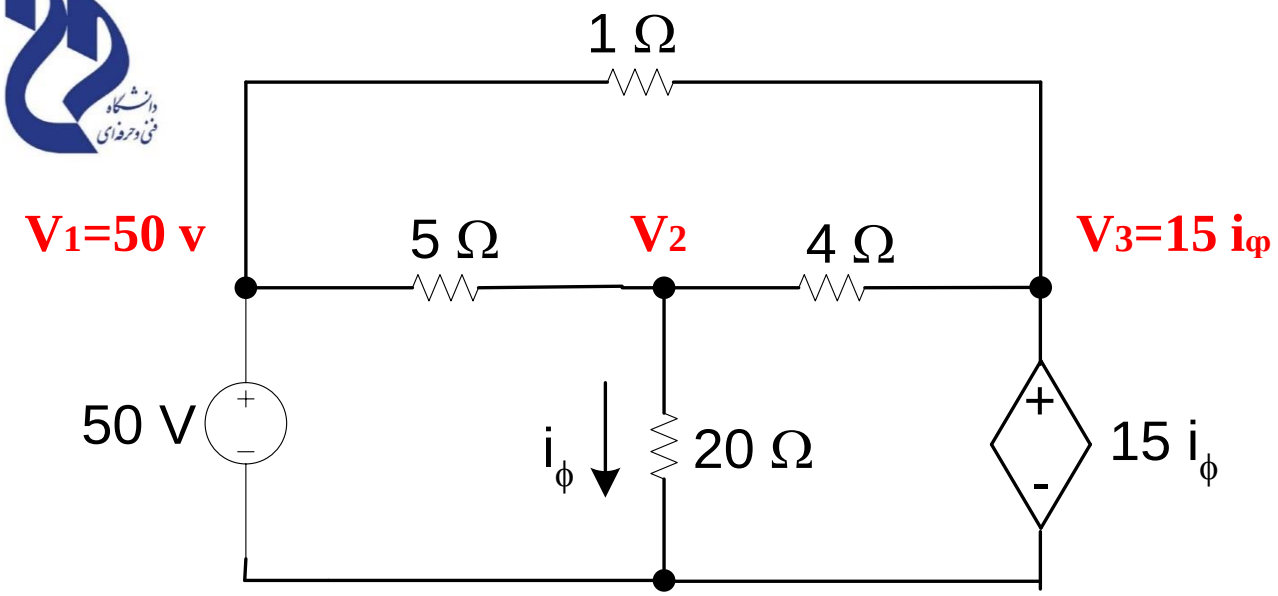
×20

$$-4(V_2 - 50) - V_2 - 5(V_2 - 15i_\phi) = 0$$

$$-4V_2 + 200 - V_2 - 5V_2 + 75i_\phi = 0$$

$$10V_2 = 200 + 75i_\phi$$

تمرین۲ :



$$10V_2 = 200 + 75i_\phi$$

$$i_\phi = \frac{V_2}{20}$$

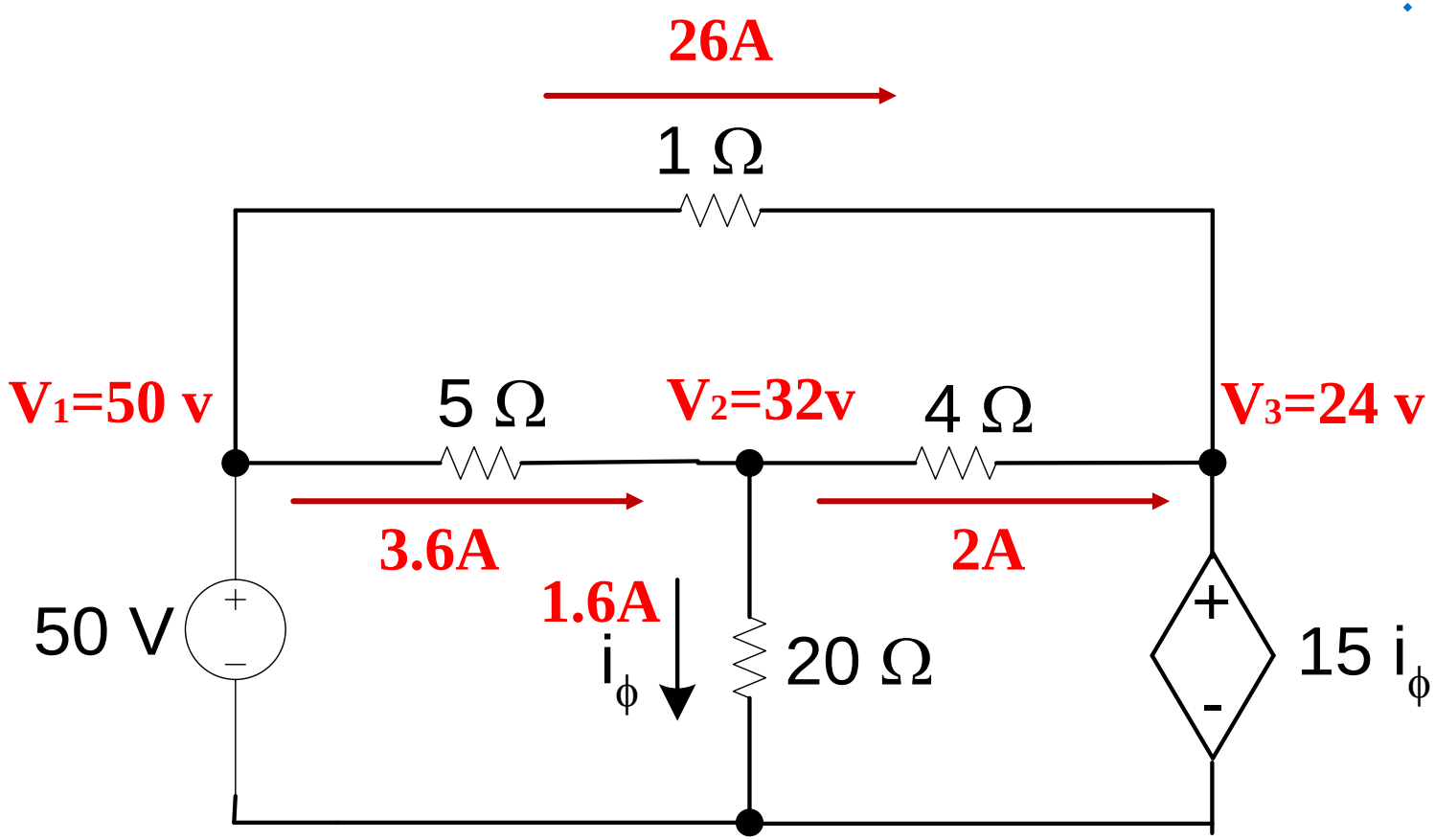
$$10V_2 = 200 + 75 \times \frac{V_2}{20}$$

$3.75V_2$

$$6.25V_2 = 200$$

$$V_2 = 32volt \quad i_\phi = \frac{V_2}{20} = \frac{32}{20} = 1.6A$$

تمرین۲ :



تمرین : هرکدام از دو مدار زیر را به ساده ترین روش تحلیل کنید.